**4. Метод наименьших квадратов и его матричное представление.**

Для одномерной линейной модели первого порядка вычисление коэффициентов оценочного уравнения регрессии осуществляется по простым алгебраическим формулам.

Однако если уравнение регрессии имеет больше двух членов, эта процедура становится затруднительной. Поэтому используется метод наименьших квадратов в матричном виде.

Пусть требуется построить математическую модель вида

 ,

где  – некоторые функции факторов  .

Введем следующие **определения:**

–  – вектор наблюдений величины  , содержащий  элементов (  – число наблюдений);

–  – матрица значений  в рассматриваемых точках факторного пространства, содержащая  строк и  столбцов (  – число оцениваемых коэффициентов в уравнении регрессии). Для получения оценки свободного члена первый столбец матрицы  состоит из единиц. Иначе говоря, вводится фиктивный фактор  , тождественно равный единице  ;

–  – вектор оцениваемых коэффициентов размера  ;

–  – вектор ошибок размера  .

Используя матричные обозначения, линейную модель можно записать в виде

 .

МНК-оценка вектора  есть вектор  , который находится из системы нормальных уравнений:

 . (1)

Матрицу  часто называют **информационной матрицей** или **матрицей моментов**. Если матрица моментов неособенная, то для нее существует обратная матрица.

Чтобы матрица  была неособенной, необходимо, чтобы столбцы матрицы были линейно независимыми. В этом случае

 .

В некоторых задачах линейная зависимость столбцов матрицы  может проявляться приближенно, иначе говоря, столбцы мультиколлинеарны. Приближенная линейная зависимость столбцов матрицы  приводит к тому, что матрица  становится плохо обусловленной. Это означает, что небольшие неточности в данных сильно изменяют решение системы нормальных уравнений (1). Кроме того, если задача решается с помощью компьютера, в процессе решения происходит накопление ошибок округления. В случае плохо обусловленной матрицы рекомендуется попытаться выявить и устранить причины мультиколлинеарности либо применить специальные регрессионные методы, дающие несколько смещенные, но более устойчивые оценки коэффициентов уравнения регрессии.

Предсказываемые значения выходного параметра находятся из выражения:

 .

Вектор остатков задается соотношением:

 .